

数 学

注 意

1. 問題は全部で4題あり、冊子は計算用の余白も合わせて10ページである。
2. 解答用紙に氏名を忘れずに記入すること。
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはならない。
5. 解答用紙は必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

マーク・シート記入上の注意については、この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし、冊子を開いてはならない。

[計算用余白]

I 円に内接する四角形 ABCD がある。ただし、頂点 A, B, C, D は反時計回りに並んでいるとし、各辺の長さは

$$AB = 1, BC = 2, CD = 4, DA = 5$$

であるとする。

(1) $\cos \angle BAD = \frac{\boxed{1}}{\boxed{2} \boxed{3}}$ である。

(2) $\triangle ABD$ の面積は $\frac{\boxed{4} \boxed{5} \sqrt{\boxed{6} \boxed{7}}}{\boxed{8} \boxed{9}}$ であり、四角形 ABCD の面積は
 $\boxed{10} \sqrt{\boxed{11} \boxed{12}}$ である。

(3) 対角線 AC と BD の交点を E とすると $\frac{AE}{CE} = \frac{\boxed{13}}{\boxed{14}}$ である。

[計算用余白]

II サイコロを続けて3回投げる。サイコロを投げるたびに、1か6が出たらAを、その他の目が出たらGを選ぶ。それらを選んだ順に左から書いて、AとGからなる長さ3の文字列を作る。たとえば、出た目が3, 6, 1のとき、得られる文字列はGAAである。

この手順を2回行い、1回目、2回目に得られる文字列をそれぞれS, Tとする。

(1) SとTがともにAGGとなる確率は $\frac{1}{15 \times 18 \times 19}$ である。

(2) Sに含まれるAの個数がちょうど1個のとき、SとTが一致する条件付き

確率は $\frac{1}{20 \times 21 \times 22}$ である。

(3) Sに含まれるAの個数がちょうど1個であり、かつSとTが一致する確率

は $\frac{1}{23 \times 24 \times 25 \times 26 \times 27}$ である。

(4) SとTが一致する確率は $\frac{1}{28 \times 29 \times 30 \times 31 \times 32 \times 33}$ である。

[計算用余白]

III 数列 $\{a_n\}$ に対し $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおくとき,

$$S_n = \frac{3}{2} a_n + \frac{5}{4} n^2 - \frac{1}{4} n - \frac{3}{2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つとする。

(1) $a_1 = \boxed{34}$ である。

(2) 数列 $\{a_n\}$ は漸化式

$$a_{n+1} = \boxed{35} a_n - \boxed{36} n - \boxed{37} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たす。

(3) k, ℓ を定数として

$$b_n = a_n + kn + \ell \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とおく。このとき,

$$k = \frac{\boxed{38} \boxed{39}}{\boxed{40}}, \quad \ell = \frac{\boxed{41} \boxed{42}}{\boxed{43}}$$

であれば、数列 $\{b_n\}$ は等比数列になる。

(4) 数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = \frac{\boxed{44} \boxed{45}}{\boxed{46}} \boxed{47}^n + \frac{\boxed{48}}{\boxed{49}} n + \frac{\boxed{50}}{\boxed{51}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

である。

[計算用余白]

IV 曲線 $y = x^2$ を C_1 とし、 C_1 を x 軸方向に 2、 y 軸方向に 6 だけ平行移動して得られる曲線を C_2 とする。

(1) C_1 と C_2 の交点は $\left(\frac{\boxed{52}}{\boxed{53}}, \frac{\boxed{54} \boxed{55}}{\boxed{56}} \right)$ である。

(2) 点 (a, a^2) における C_1 の接線 ℓ が C_2 にも接するとき、 $a = \frac{\boxed{57}}{\boxed{58}}$ であり、

ℓ の方程式は $y = \boxed{59}x - \frac{\boxed{60}}{\boxed{61}}$ である。また、このとき ℓ と C_2 の接点は $\left(\frac{\boxed{62}}{\boxed{63}}, \frac{\boxed{64} \boxed{65}}{\boxed{66}} \right)$ である。

(3) (2)で求めた接線 ℓ と 2 曲線 C_1 、 C_2 で囲まれた図形の面積は $\frac{\boxed{67}}{\boxed{68}}$ である。

マーク・シート記入上の注意

1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること。

2 問題の文中の $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$ などには、特に指示がないかぎり、符号 $(-)$, 数字 $(0 \sim 9)$ 又は文字 $(a \sim d)$ が入る。1, 2, 3, … の一つ一つは、これらの中から一つに対応する。それらを解答用紙の 1, 2, 3, … で示された解答欄にマークして答えよ。

例 $\boxed{1} \boxed{2} \boxed{3}$ に -83 と答えたいたとき

1	● 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 a b c d *
2	- 0 1 2 3 4 5 6 7 ● 9 a b c d *
3	- 0 1 2 ● 4 5 6 7 8 9 a b c d *

なお、同一の問題文中に $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$ などが 2 度以上現れる場合、2 度目以降は、 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$ のように細字で表記する。

3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。

例えば、 $\frac{\boxed{4}}{\boxed{6}} \boxed{5}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいたときは、 $-\frac{4}{5}$ として答えよ。

また、それ以上約分できない形で答えること。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけない。

4 根号あるいは対数を含む形で解答する場合は、根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 $\boxed{7} \sqrt{\boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない。また、 $\boxed{9} \log_2 \boxed{10}$ に $6\log_2 3$ と答えるところを、 $3\log_2 9$ のように答えてはいけない。

5 分数形で根号を含む形で解答する場合、 $\frac{\boxed{11} + \boxed{12} \sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない。