

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり、冊子は計算用の余白もあわせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題3，4，5の解答については、論述なしで結果だけ記しても、正解とは見なさない。
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはならない。
6. 解答用紙は必ず提出すること。問題冊子は提出する必要はない。

〔計 算 用 余 白〕

1 解答を解答用紙(その1)の **1** 欄に記入せよ.

1 から 7 までの各数字が書かれた球が 7 個ある. プレイヤーは, これらの球を中身が見えない袋から何個か同時に取り出し, 取り出した球に書かれた数字の中で最も大きい数とそのプレイヤーの得点とする. A と B の 2 人のプレイヤーがそれぞれこの方法で得点を決め, 得点が大きい方を勝ちとするゲームを行う. ただし, 2 人の得点が同じ場合は引き分けとする.

(1) まず A が 7 個の球が入った袋から球を 2 個同時に取り出し, 次に B が残りの 5 個が入った袋から球を 3 個同時に取り出す. このとき, A が勝つ確率は **ア** である.

(2) まず A が 7 個の球が入った袋から球を 2 個同時に取り出し, 得点をおぼえた後にその球を元の袋に戻す. 次に B が 7 個の球が入った袋から 3 個の球を同時に取り出す. このとき, A が勝つ確率は **イ** である. また, 引き分けとなる確率は **ウ** である.

[計 算 用 余 白]

2 解答を解答用紙(その1)の **2** 欄に記入せよ.

n を自然数とする. 各項が $-1, 0, 1$ のどれかである項数 n の数列 $a_1, a_2, \dots, a_n$ を n 項 T 数列と呼び, $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とする.

(1) S_2 が偶数となる 2 項 T 数列は全部で **エ** 個ある.

(2) S_n が偶数となる n 項 T 数列の個数を x_n とおくとき, x_{n+1} を x_n の式で表すと, $x_{n+1} =$ **オ** となる.

(3) S_n が偶数となる n 項 T 数列は全部で **カ** 個ある.

[計 算 用 余 白]

3 解答を解答用紙(その2)の **3** 欄に記入せよ.

関数

$$y = \log (x^2 - 2x + 5)$$

のグラフの概形をかけ. ただし, 関数の増減, 極値, 極限($\lim_{x \rightarrow -\infty} y$, $\lim_{x \rightarrow \infty} y$),
グラフの凹凸および変曲点を調べること.

[計 算 用 余 白]

4 解答を解答用紙(その3)の **4** 欄に記入せよ.

k を定数とする. $0 \leq x < 2\pi$ のとき, 方程式

$$4 \sin^3 x - 3 \sin^2 x - 6 \sin x - k = 0$$

を満たす x の値について考える.

(1) $k = \frac{7}{4}$ のとき, 方程式を満たす x の値を求めよ.

(2) 方程式を満たす x の値がちょうど4個となるような k の値の範囲を求めよ.

(3) 方程式を満たす x の値がちょうど3個のとき, その3個の x の値の和を求めよ.

[計 算 用 余 白]

5 解答を解答用紙(その4)の **5** 欄に記入せよ.

xyz 空間において, 点 $P(1, 0, 1)$ をとり, xy 平面($z = 0$)上にあり x 座標が 1 ではない点 Q に対し, 直線 PQ と yz 平面($x = 0$)との交点を R とする.

また, xy 平面($z = 0$)上の連立不等式

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ x + y \leq 0 \end{cases}$$

で表される領域を D とする.

(1) D を xy 平面上に図示せよ.

(2) Q が $(\cos \theta, \sin \theta, 0)$ ($0 < \theta < 2\pi$) のとき, R の座標を求めよ.

(3) Q が領域 D を動くとき, R の動く yz 平面($x = 0$)上の領域を E とする.
 E を yz 平面上に図示し, その面積を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕