数　　　学

注　意

1. 問題は全部で５題あり，冊子は計算用の余白もあわせて 12 ページである．
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること．（ただし，マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている．）
3. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入すること．指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない．
4. 問題３，４，５の解答については，論述なしで結果だけ記しても，正解とは見なさない．
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはならない．
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること．問題冊子は持ち帰ってよい．

マーク・シート記入上の注意については，この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること．ただし，冊子を開いてはならない．

〔計 算 用 余 白〕

〔計 算 用 余 白〕

1 **解答を解答用紙(その1)に記入せよ.**

1個のさいころを4回続けて投げる反復試行において，さいころの出る目を順に X_1, X_2, X_3, X_4 として xy 平面上の4点 P_1, P_2, P_3, P_4 を以下のように定める.

1．原点Oから x 軸の正の向きに X_1 だけ進んだ位置にある点を P_1 とする.
2．P_1 から y 軸の正の向きに X_2 だけ進んだ位置にある点を P_2 とする.
3．P_2 から x 軸の負の向きに X_3 だけ進んだ位置にある点を P_3 とする.
4．P_3 から y 軸の負の向きに X_4 だけ進んだ位置にある点を P_4 とする.

例えば，さいころの出た目が順に3，2，5，5ならば，P_1, P_2, P_3, P_4 の座標はそれぞれ(3，0)，(3，2)，(−2，2)，(−2，−3)となる.

(1) P_4 がOと一致する確率は $\dfrac{\boxed{1}}{\boxed{2}\boxed{3}}$ である.

(2) 線分 OP_1 と線分 P_3P_4 が共有点をもつ確率は $\dfrac{\boxed{4}\boxed{5}}{\boxed{6}\boxed{7}\boxed{8}}$ である.

ただし，線分は両方の端点を含むものとする.

(3) P_4 の座標が(3，3)である確率は $\dfrac{\boxed{9}}{\boxed{10}\boxed{11}\boxed{12}}$ である.

〔計 算 用 余 白〕

2 **解答を解答用紙（その１）に記入せよ．**

i を虚数単位とする．複素数 z についての方程式

$$z^2 - 4iz = 4\sqrt{3}\,i \quad \cdots\cdots \quad (*)$$

の２つの解を α, β $(|\alpha| < |\beta|)$ とし，α, β が表す複素数平面上の点をそれぞれ A，B とする．

⑴　方程式（$*$）は

$$\left(z - \boxed{13}\,i\right)^2 = \boxed{14}\left(\cos\frac{\boxed{15}}{\boxed{16}}\pi + i\sin\frac{\boxed{15}}{\boxed{16}}\pi\right) \quad \left(0 \leqq \frac{\boxed{15}}{\boxed{16}}\pi < 2\pi\right)$$

と表せるので，

$$\alpha = -\sqrt{\boxed{17}} + \left(\boxed{18} - \sqrt{\boxed{19}}\right)i$$

である．

⑵　線分 AB の長さは $\boxed{20}\sqrt{\boxed{21}}$ である．また，線分 AB を対角線とする正方形の残りの２頂点を表す複素数は

$$-\sqrt{\boxed{22}} + \left(\boxed{23} + \sqrt{\boxed{24}}\right)i \quad と \quad \sqrt{\boxed{22}} + \left(\boxed{23} - \sqrt{\boxed{24}}\right)i$$

である．

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{3}$ 解答を解答用紙(その２)の $\boxed{3}$ 欄に記入せよ.

$f(x) = \cos^3 x + \sin^3 x$, $g(x) = \sin x$ とする.

(1) $0 \leqq x \leqq \pi$ において，曲線 $y = f(x)$ の概形を描け．ただし，凹凸は調べなくてよい.

(2) $0 \leqq x \leqq \pi$ において，２曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ の共有点の座標を求めよ.

(3) $0 \leqq x \leqq \pi$ において，２曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ で囲まれた図形の面積 S を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{4}$ 解答を解答用紙(その3)の $\boxed{4}$ 欄に記入せよ.

xy 平面上に2つの定点 A$(-1, 0)$, B$(1, 0)$がある. 線分 AB 上の点 P に対して, xy 平面上の点 Q は以下の条件(a), (b)を満たすとする.

(a) P と Q の x 座標は等しく, Q の y 座標は正である.

(b) AP + PQ + QB = 4

このとき, 以下の問に答えよ. ただし, 線分は両方の端点を含むものとする.

(1) P の座標を$(s, 0)$とするとき, Q の座標を s を用いて表せ.

(2) P が線分 AB 上を A から B まで動くとき, Q の軌跡を xy 平面上に図示せよ.

(3) P が線分 AB 上を A から B まで動くとき, 線分 PQ が通過する部分の面積を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{5}$ 解答を解答用紙(その4)の $\boxed{5}$ 欄に記入せよ.

△OAB は鋭角三角形であり,

$$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}| = 4, \quad |\overrightarrow{\mathrm{OB}}| = 3$$

を満たしている. $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}} = k$ とおくとき, 以下の問に答えよ.

(1) k のとり得る値の範囲を求めよ.

上で与えた △OAB の頂点 A, B からそれぞれの対辺に下ろした 2 本の垂線の交点を H とし, 辺 AB を 2 : 1 に内分する点を C とする.

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ および k を用いて表せ.

(3) 3 点 O, H, C が同一直線上にあるとき, k の値と $\dfrac{\mathrm{OH}}{\mathrm{OC}}$ を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

マーク・シート記入上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること．

2　問題の文中の $\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ などには，特に指示がないかぎり，符号(－)，数字(０～９)又は文字(ａ～ｄ)が入る．1，2，3，… の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応する．それらを解答用紙の 1，2，3，… で示された解答欄にマークして答えよ．

例　$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}$ に －83 と答えたいとき

1	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	✻
2	−	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9	a	b	c	d	✻
3	−	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	✻

なお，同一の問題文中に $\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ などが２度以上現れる場合，２度目以降は，$\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ のように細字で表記する．

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけない．

例えば，$\dfrac{\boxed{4}\boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えよ．

また，それ以上約分できない形で答えること．

例えば，$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけない．

4　根号あるいは対数を含む形で解答する場合は，根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ．

例えば，$\boxed{7}\sqrt{\boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない．また，$\boxed{9}\log_2\boxed{10}$ に $6\log_2 3$ と答えるところを，$3\log_2 9$ のように答えてはいけない．

5　分数形で根号を含む形で解答する場合，$\dfrac{\boxed{11}+\boxed{12}\sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを，$\dfrac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\dfrac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない．