2025年度 S_{B}

数　　学

注　意

1. 問題は全部で５題あり，冊子は計算用の余白もあわせて 12 ページである．
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること．（ただし，マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている．）
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること．指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない．
4. 問題３，４，５の解答については，論述なしで結果だけ記しても，正解とは見なさない．
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはならない．
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること．問題冊子は持ち帰ってよい．

マーク・シート記入上の注意については，この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること．ただし，冊子を開いてはならない．

〔計 算 用 余 白〕

〔計 算 用 余 白〕

1 **解答を解答用紙(その1)に記入せよ.**

$\alpha \leqq \beta \leqq \gamma$ を満たす3つの実数 α, β, γ に対して,

$$\alpha + \beta + \gamma = 21$$
$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 191$$
$$\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = 2025$$

が成り立つとする. このとき

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}$$

である. また

$$(\alpha + \beta + \gamma)(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) = 21 \times \boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}$$
$$(\alpha + \beta + \gamma)(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) = 21 \times 191$$

より,

$$\alpha\beta\gamma = \boxed{4}\boxed{5}\boxed{6}$$

である.

α, β, γ は3次方程式

$$(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma) = 0$$

の解であるから,

$$\alpha = \boxed{7}, \quad \beta = \boxed{8} - \sqrt{\boxed{9}\boxed{10}}, \quad \gamma = \boxed{8} + \sqrt{\boxed{9}\boxed{10}}$$

である.

〔計 算 用 余 白〕

2 **解答を解答用紙（その１）に記入せよ．**

平面上の３点 O，A，B は

$$\mathrm{OA}=\sqrt{5}, \quad \mathrm{OB}=\sqrt{7}, \quad \mathrm{AB}=\sqrt{6}$$

を満たすとする．また，直線 OB に関して A と対称な点を C，線分 OB の中点を M とし，２直線 CM，AB の交点を D とする．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\boxed{11}$

(2) △OAB の面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{12}\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ である．

(3) $\overrightarrow{\mathrm{OC}}+\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\dfrac{\boxed{15}}{\boxed{16}}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$

(4) $\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\dfrac{\boxed{17}}{\boxed{18}}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\dfrac{\boxed{19}}{\boxed{20}}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$

(5) △BMD の面積は $\dfrac{\boxed{21}\sqrt{\boxed{22}\boxed{23}}}{\boxed{24}\boxed{25}}$ である．

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{\mathbf{3}}$ **解答を解答用紙(その２)の $\boxed{3}$ 欄に記入せよ.**

t を $0 \leqq t \leqq \pi$ を満たす実数とし，xy 平面上の放物線

$$C : y = x^2 - (2\sin t)x + \sin t \cos t$$

の頂点をＰとおくとき，以下の問に答えよ.

(1) 点Ｐの座標を t を用いて表せ.

(2) 放物線 C と x 軸の正の部分が異なる２点で交わるような t の値の範囲を求めよ.

(3) t が $0 \leqq t \leqq \pi$ の範囲を動くとき，点Ｐの y 座標の最大値と最小値を求めよ．また，そのときの t の値を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{4}$ **解答を解答用紙(その3)の $\boxed{4}$ 欄に記入せよ.**

数列 $\{a_n\}$ が

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{a_k}{k(k+1)} = \frac{\log(1+n)}{1+n} \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

を満たすとき，以下の問に答えよ.

(1) a_1 を求めよ.

(2) a_n を n を用いて表せ.

(3) $\displaystyle\lim_{n \to \infty} ne^{a_n}$ を求めよ.

(4) $\displaystyle\lim_{n \to \infty} \sum_{k=2}^{n} \frac{a_k - a_{k-1}}{k}$ を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{5}$ **解答を解答用紙(その４)の $\boxed{5}$ 欄に記入せよ.**

関数

$$f(x) = \frac{2}{e^{2x} - 3e^{x}} + 1 \qquad (x < \log 3)$$

について，以下の問に答えよ.

(1) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸の共有点の座標を求めよ.

(2) $y = f(x)$ の増減と極値を調べ，グラフの概形を描け．ただし，グラフの凹凸は調べなくてよい.

(3) 等式 $\dfrac{1}{t^2(t-3)} = \dfrac{a}{t} + \dfrac{b}{t^2} + \dfrac{c}{t-3}$ が t についての恒等式となるように，定数 a，b，c の値を定めよ.

(4) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

マーク・シート記入上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること．

2　問題の文中の $\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ などには，特に指示がないかぎり，符号(－)，数字(０～９)又は文字(ａ～ｄ)が入る．1，2，3，… の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応する．それらを解答用紙の 1，2，3，… で示された解答欄にマークして答えよ．

例　$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}$ に －83 と答えたいとき

1	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	*
2	－	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9	a	b	c	d	*
3	－	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	*

なお，同一の問題文中に $\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ などが２度以上現れる場合，２度目以降は，$\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ のように細字で表記する．

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけない．

例えば，$\dfrac{\boxed{4}\boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えよ．

また，それ以上約分できない形で答えること．

例えば，$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけない．

4　根号あるいは対数を含む形で解答する場合は，根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ．

例えば，$\boxed{7}\sqrt{\boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない．また，$\boxed{9}\log_2\boxed{10}$ に $6\log_2 3$ と答えるところを，$3\log_2 9$ のように答えてはいけない．

5　分数形で根号を含む形で解答する場合，$\dfrac{\boxed{11}+\boxed{12}\sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを，$\dfrac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\dfrac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない．