

数 学

注 意

- 1. 問題は全部で 10 ページである.
- 2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること. (ただし, マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている.)
- 3. 解答はすべて解答用紙に記入すること.
- 4. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが, どのページも切り離してはいけない.
- 5. 解答用紙(その 1 はマーク・シート, その 2 は記述式)は両方とも必ず提出のこと. この問題冊子は提出する必要はない.

マーク・シート記入上の注意については, この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること. ただし, 冊子は開かないこと.

I 以下の問題については 解答用紙(その 1)を使用すること.

- (1) ある正の整数を 15 で割ると 8 余り, 8 で割ると割り切れず a 余る. この数を 120 で割った余りは, $\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3} - \boxed{4}\boxed{5}a$ である.
- (2) $|x^3 + 3x^2 - 45x + 81| - n = 0$ を満たす実数 x の個数が 3 個であるのは $n = \boxed{6}\boxed{7}\boxed{8}$, 4 個であるのは $\boxed{9} < n < \boxed{10}\boxed{11}\boxed{12}$ のときである.
- (3) 直線 l は, 放物線 $C: y = x^2$ 上の点 $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{9}\right)$ における接線に直交し, 放物線 C にも接する.
 - 1. 直線 l は, $y = \frac{\boxed{13}\boxed{14}}{\boxed{15}}x - \frac{\boxed{16}}{\boxed{17}\boxed{18}}$ である.
 - 2. 直線 l と 放物線 C と x 軸で囲まれた図形の面積は, $\frac{\boxed{19}}{\boxed{20}\boxed{21}\boxed{22}}$ である.

(計算余白)

Ⅱ 以下の問題については 解答用紙 (その 1) を使用すること .

(1) $y \geq 5$, $y \leq -x^2 + 4x + n^2 + 1$ を同時に満たす整数の組 (x, y) の個数 S を求める .

1. $n = 5$ のとき, $S = \frac{\boxed{23}\boxed{24}\boxed{25}}{\boxed{29}}$ である .

2. n を正の整数とすると, $S = \frac{\boxed{26}n^3 + \boxed{27}n + \boxed{28}}{\boxed{29}}$ である .

(2) $\triangle ABC$ において, $\angle B = 30^\circ$, $CA = 6$, $AB = 6\sqrt{3}$ とし, 内接円の半径を r とする .

ここで, $\angle C$ が鋭角のとき, $\angle C = \frac{\boxed{30}\boxed{31}}{\boxed{32}}^\circ$, $r = \frac{\boxed{32}}{\boxed{38}}\sqrt{\frac{\boxed{33}}{\boxed{39}}} - \frac{\boxed{34}}{\boxed{40}}$ である . $\angle C$ が鈍角のとき, $\angle C = \frac{\boxed{35}\boxed{36}\boxed{37}}{\boxed{38}}^\circ$, $r = \frac{\boxed{35}\boxed{36}\boxed{37}}{\boxed{38}}\sqrt{\frac{\boxed{39}}{\boxed{40}}} - \frac{\boxed{41}}{\boxed{42}}$ である .

(3) 辺の長さが 1 である正四面体 $OABC$ において, 線分 OA を $2:3$ に内分する点を L とし, 線分 OB の中点を M とする .

1. $\overrightarrow{LM}$ の大きさは, $\sqrt{\frac{\boxed{41}\boxed{42}}{\boxed{43}\boxed{44}}}$ である .

2. $\cos \angle LCM$ は, $\frac{\boxed{45}\boxed{46}}{\boxed{49}\boxed{50}\boxed{51}}\sqrt{\frac{\boxed{47}\boxed{48}}{\boxed{49}\boxed{50}\boxed{51}}}$ である .

3. 線分 LM を $t:1-t$ に内分する点を N とするとき, $\overrightarrow{LM}$ と $\overrightarrow{CN}$ が直交するのは, $t = \frac{\boxed{52}\boxed{53}}{\boxed{54}\boxed{55}}$ のときである .

(計算余白)

III 以下の問題については 解答用紙 (その 1) を使用すること .

- (1) ある地方都市で 400 人を無作為に選んで調べたところ、A 党の支持者が 200 人であった。この都市における A 党の支持率 p に対する信頼度 95% の信頼区間を、四捨五入して小数第 2 位まで求めると $0.\boxed{56}\boxed{57} \leq p \leq 0.\boxed{58}\boxed{59}$ となる。
- (2) ある検定試験の得点の母標準偏差 σ は 20 点であると予想されている。この予想が正しいものとし、母平均 m を信頼度 95% で推定するとき、信頼区間の幅を 4 点以下にするためには、少なくとも $\boxed{60}\boxed{61}\boxed{62}$ 人を抽出して調べればよい。
- (3) 確率変数 X の平均を 1、分散を 16 とする。 a を正の定数、 b を定数とすると、 $Z = aX + b$ で表される確率変数 Z の平均が 2、分散が 1 となるのは、 $a = \frac{\boxed{63}}{\boxed{64}}$ 、 $b = \frac{\boxed{65}}{\boxed{66}}$ のときである。

(計算余白)

Ⅳ 以下の問題については 解答用紙 (その 1) を使用すること .

友人たちとパーティーをするために、合計 10000 円を全員で出し合って、ジュースとドーナツを購入することにした。いま、ジュース 1 本の価格が 150 円、ドーナツ 1 個の価格が 200 円として、次の問いに答えよ。ただし、購入するジュースの本数を x 、ドーナツの個数を y とし、 x と y はそれぞれ非負の整数とする。

- (1) 10000 円を余すことなく使い購入できる (x, y) の組合せは、 x と y の係数を互いに素として、

$$\boxed{67}x + \boxed{68}y = \boxed{69}\boxed{70}\boxed{71} \quad (*)$$

を満たす。

- (2) 式 $(*)$ を満たす (x, y) の組合せは、 $\boxed{72}\boxed{73}$ 通りである。

- (3) ジュース x 本とドーナツ y 個を飲食するときのパーティー参加者の満足度を xy^2 とする。このとき、式 $(*)$ を満たし満足度を最大にする (x, y) の組合せは、 $(x, y) = (\boxed{74}\boxed{75}, \boxed{76}\boxed{77})$ である。

- (4) 半年後にも同じメンバーでパーティーをすることになったが、物価上昇により、ジュース 1 本の価格が 165 円、ドーナツ 1 個の価格が 220 円に上昇していた。いま、(3) と同様に、パーティー参加者の満足度を xy^2 とする。このとき、満足度を最大にする (x, y) の組合せが (3) と同じであるためには、少なくとも合計 $\boxed{78}\boxed{79}\boxed{80}\boxed{81}\boxed{82}$ 円を全員で出し合えばよい。

(計算余白)

Ⅴ 以下の問題については 解答用紙 (その 2) を使用すること .

$3x + 5y = 1080$ を満たす正の整数 x と y について、次の問いに答えよ . ただし、答えに至る過程を記述すること .

(1) (x, y) の組合せの個数を求めよ .

(2) $s = x + y$ が 6 の倍数である (x, y) の組合せの個数を求めよ .

(3) $t = xy$ の最大値と最小値をそれぞれ求めよ .

(計算余白)

マーク・シート記入上の注意

- (1) 問題の文中の 1， 23 などには、特に指示がないかぎり、符号(－)，数字(0～9)，文字(a， b， c， d)，または記号(*)が入る．1， 2， 3，…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する．それらを解答用紙の1， 2， 3，…で示された解答欄にマークして答えよ．

例

11	12	13
----	----	----

 に -83 と答えたいとき

11		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	*
12	—	0	1	2	3	4	5	6	7		9	a	b	c	d	*
13	—	0	1	2		4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	*

- (2) 解答欄が余るときは、余った欄(後の方を余らせる)に*をマークする。

例 $\boxed{14 \mid 15}$ に 4 と答えたいとき

14	(-)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(a)	(b)	(c)	(d)	(*)
15	(-)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(a)	(b)	(c)	(d)	()

- (3) 解答欄が不足するときは、最後の欄に*をマークする。

例

16	17
----	----

 に 345 と答えたいとき

16	(-)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(a)	(b)	(c)	(d)	(*)
17	(-)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(a)	(b)	(c)	(d)	()

- (4) 解答欄に適合するものがないときは、その欄に*をマークする。

例

18	19
----	----

 に対して問題が

$$x^2 + 1 < 0 \text{ ならば } x \geq \boxed{18} \boxed{19}$$

のとき

18	—	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	
19	—	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	

- (5) 分数形で解答するときは、既約分数として符号は分子につける。

- (6) 根号あるいは対数を含む形で解答するときは、根号の中や真数に現れる自然数が最小になる形で答える。[例] $\sqrt{8}$ は $2\sqrt{2}$ 、 $3\log_2 9$ は $6\log_2 3$ とする。

- (7) 分数形で根号を含む形で解答するときは、 $\frac{6+4\sqrt{2}}{4}$ ではなく、 $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$ のように約分する。