2026年度青山学院大学一般選抜（個別学部日程）
社会情報学部C方式

数学

【記述式問題】

以下は標準的な解答例であり、別解がある場合があります。

1	(ア)	$\dfrac{99}{2000}$	(イ)	$\dfrac{39}{500}$	(ウ)	$\dfrac{33}{52}$
2	(エ)	6	(オ)	$(3, 0, 0)$	(カ)	$2\sqrt{3}$
	(キ)	$3+2\sqrt{3}$	(ク)	$\left(\dfrac{9+4\sqrt{3}}{3}, \dfrac{-2\sqrt{3}}{3}, \dfrac{4\sqrt{3}}{3}\right)$		

3

〈解答の要点・ポイント〉

与えられた関数を $f(x)$ とおく.

(1) $f'(x)=\dfrac{x^2-4x+1}{(x-2)^2}$ より，$f'(x)=0$ となるのは $x^2-4x+1=0$，すなわち $x=2\pm\sqrt{3}$.

$\alpha=2-\sqrt{3}$，$\beta=2+\sqrt{3}$ とおくと，増減表は

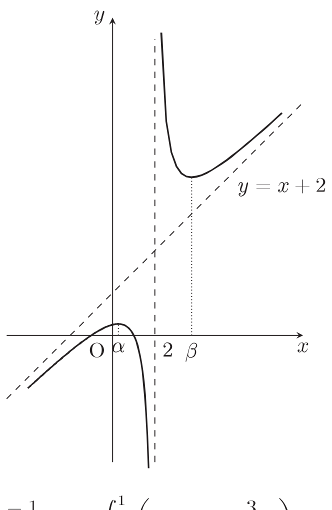
x	$\cdots$	α	$\cdots$	2	$\cdots$	β	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	／	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	$f(\alpha)$	↘	／	↘	$f(\beta)$	↗

極大値は $f(\alpha)=4-2\sqrt{3}$，極小値は $f(\beta)=4+2\sqrt{3}$.

直線 $x=2$ は漸近線. また，$f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-2}=x+2+\dfrac{3}{x-2}$ より

$\displaystyle\lim_{x\to\pm\infty}\{f(x)-(x+2)\}=0$ なので直線 $y=x+2$ も漸近線.

以上からグラフの概形は,



(2) 求める面積は $\displaystyle\int_{-1}^{1}\frac{x^2-1}{x-2}\,dx=\int_{-1}^{1}\left(x+2+\frac{3}{x-2}\right)dx=\left[\frac{1}{2}x^2+2x+3\log|x-2|\right]_{-1}^{1}$

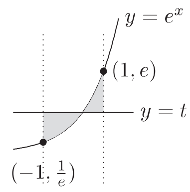
$=4-3\log 3.$

4	〈解答の要点・ポイント〉 (1) $(x^2+y^2-25)+a(-3x+y+5)=0$ が a によらずに成り立つので， $x^2+y^2=25$ かつ $-3x+y+5=0$．このとき $x^2+(3x-5)^2=25 \iff 10x^2-30x=0$ より $x=0,3$．したがって求める 2 定点の座標は $(x,y)=(0,-5)$，$(3,4)$． (2) C_1 の方程式は $(x-\frac{3a}{2})^2+(y+\frac{a}{2})^2=\frac{5}{2}\left\{(a-1)^2+9\right\}$ より，半径の最小値は $a=1$ のとき $3\sqrt{\frac{5}{2}}=\frac{3\sqrt{10}}{2}$． (3) C_1, C_2 の半径をそれぞれ r_1, r_2 とし，中心間の距離を d とする．C_2 の方程式は $(x+3)^2+(y-1)^2=10$ である． C_1, C_2 が外接する条件は $d=r_1+r_2$ である．ここで $$d^2=\left(\frac{3}{2}a+3\right)^2+\left(-\frac{1}{2}a-1\right)^2=\frac{5}{2}(a+2)^2,$$ したがって $d=\sqrt{\frac{5}{2}}\lvert a+2\rvert$． よって外接の条件は $\sqrt{\frac{5}{2}}\lvert a+2\rvert=\sqrt{\frac{5}{2}\left(a^2-2a+10\right)}+\sqrt{10}$．移項して， $$\sqrt{\frac{5}{2}\left(a^2-2a+10\right)}=\sqrt{\frac{5}{2}}\lvert a+2\rvert-\sqrt{10}.$$ これを両辺 2 乗して解いて $a=5$． 同様に，内接する条件は，(2) より $r_1>r_2$ なので $d=r_1-r_2$ である．これを解いて $a=-\frac{3}{5}$．

5

〈解答の要点・ポイント〉

$-1 \leqq x \leqq 1$ で $y=e^x$ と $y=t$ が交わる条件は $\dfrac{1}{e} \leqq t \leqq e$ であり，このとき $F(t)$ は右図の面積を表す.



$\dfrac{1}{e} \leqq t \leqq e$ ならば

$$\begin{aligned} F(t) &= \int_{-1}^{\log t} (t-e^x)\,dx + \int_{\log t}^{1} (e^x - t)\,dx \\ &= t(\log t + 1) - \left(t - \frac{1}{e}\right) + (e-t) - t(1-\log t) \\ &= 2t\log t - 2t + e + \frac{1}{e}. \end{aligned}$$

$t > e$ ならば

$$F(t) = \int_{-1}^{1} (t-e^x)\,dx = 2t - \left(e - \frac{1}{e}\right) = 2t - e + \frac{1}{e}.$$

$t < \dfrac{1}{e}$ ならば

$$F(t) = \int_{-1}^{1} (e^x - t)\,dx = \left(e - \frac{1}{e}\right) - 2t = e - \frac{1}{e} - 2t.$$

$\dfrac{1}{e} \leqq t \leqq e$ のとき $F'(t) = 2\log t$. よってこの範囲で増減表は

t	$\frac{1}{e}$	$\cdots$	1	$\cdots$	e
$F'(t)$		$-$	0	$+$	
$F(t)$	$e-\frac{3}{e}$	$\searrow$	$e+\frac{1}{e}-2$	$\nearrow$	$e+\frac{1}{e}$

$t \leqq \dfrac{1}{e}$ のとき $F(t) \geqq e - \dfrac{3}{e}$，$t \geqq e$ のとき $F(t) \geqq e + \dfrac{1}{e}$.

したがって最小値は $t=1$ のとき，$e + \dfrac{1}{e} - 2$ である.