

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり、冊子は計算用の余白も合わせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名を忘れずに記入すること。
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはならない。
5. 解答用紙は必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

マーク・シート記入上の注意については、この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし、冊子を開いてはならない。

[計算用余白]

I 1つのサイコロを3回投げて出た目を順に X, Y, Z とし、

$$T = 100X + 10Y + Z$$

とおく.

(1) T が3の倍数になる確率は $\frac{\boxed{1}}{\boxed{2}}$ である.

(2) $T = 99X + 11Y + (X - Y + Z)$ であることから, T が11の倍数になる

確率は $\frac{\boxed{3}}{\boxed{4} \boxed{5}}$ とわかる.

(3) $T = 98X + 7Y + (2X + 3Y + Z)$ より, T が7の倍数になるのは
 $2X + 3Y + Z$ が7の倍数のときである. $2X + 3Y$ が7の倍数にならない

確率が $\frac{\boxed{6}}{\boxed{7}}$ であることから, T が7の倍数になる確率は $\frac{\boxed{8}}{\boxed{9} \boxed{10}}$ と

わかる.

[計算用余白]

II i を虚数単位とし、 $\alpha = 2 + i$ とする。

(1) $\alpha^2 = \boxed{11} + \boxed{12}i$ であり、 $\alpha^3 = \boxed{13} + \boxed{14}\boxed{15}i$ である。

(2) $\frac{\alpha^3}{\bar{\alpha}} + \frac{\bar{\alpha}^3}{\alpha} = \frac{\boxed{16}\boxed{17}\boxed{18}}{\boxed{19}}$ である。

(3) n を正の整数とする。 α^n の虚部が負であるという。このような n のうち最小のものは $n = \boxed{20}$ である。また、 $n = \boxed{20}$ のとき、 α^n の虚部は $\boxed{21}\boxed{22}\boxed{23}$ である。

[計算用余白]

Ⅲ 一辺の長さが1の正四面体OABCに対し、線分OAを1:2に内分する点をP、線分ABを3:1に内分する点をQ、線分PQを1:3に内分する点をRとする。また、点Rから直線OCに下ろした垂線と直線OCの交点をHとする。

$$(1) \vec{OR} = \frac{\boxed{24}}{\boxed{25} \boxed{26}} \vec{OA} + \frac{\boxed{27}}{\boxed{28} \boxed{29}} \vec{OB}$$

$$(2) \vec{OH} = \frac{\boxed{30}}{\boxed{31}} \vec{OC}$$

$$(3) |\vec{RH}| = \frac{\sqrt{\boxed{32} \boxed{33}}}{\boxed{34} \boxed{35}}$$

$$(4) \triangle OCR \text{の面積は} \frac{\sqrt{\boxed{36} \boxed{37}}}{\boxed{38} \boxed{39}} \text{である.}$$

[計算用余白]

IV xy 平面上の点 P, Q を

$$P(t, 2te^{-t}), \quad Q(3t, 6te^{-2t})$$

とする. ただし $t > 0$ とする.

(1) P と Q の y 座標が等しいとき, P の座標は

$$\left(\log \boxed{40}, \frac{\boxed{41}}{\boxed{42}} \log \boxed{43} \right)$$

である.

(2) t が $t > 0$ の範囲を動くとき, 直線 PQ の傾きは $t = \log \boxed{44}$ のとき最小で

あり, そのときの傾きは $\frac{\boxed{45}}{\boxed{47}} \frac{\boxed{46}}{\boxed{48}}$ である.

(3) 直線 PQ の傾きが $\frac{1}{2}$ であるとき,

$$t = \log \left(\sqrt{\boxed{49}} - \boxed{50} \right)$$

である.

[計算用余白]

V 関数

$$f(x) = \tan^2 x + \frac{1}{\tan^2 x} \quad \left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$$

を考える.

(1) $f(x)$ は $x = \frac{\boxed{51}}{\boxed{52}}\pi$ で最小値 $\boxed{53}$ をとる.

(2) $f(x) = \frac{10}{3}$ となるのは, $x = \frac{\boxed{54}}{\boxed{55}}\pi$, $\frac{\boxed{56}}{\boxed{57}}\pi$ のときである. ただし,

$$\frac{\boxed{54}}{\boxed{55}} < \frac{\boxed{56}}{\boxed{57}} \text{ とする.}$$

(3) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = \frac{10}{3}$ で囲まれた部分の面積は

$$\frac{\boxed{58}}{\boxed{59}}\pi - \frac{\boxed{60}}{\boxed{62}}\sqrt{\boxed{61}}$$

である.

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること。
- 2 問題の文中の $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などには、特に指示がないかぎり、符号(一)、数字(0~9)又は文字(a~d)が入る。1, 2, 3, ... の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙の1, 2, 3, ... で示された解答欄にマークして答えよ。

例 $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ に -83 と答えたいとき

1	<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	*
2	<input type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	<input checked="" type="radio"/>	9	a	b	c	d	*
3	<input type="radio"/>	0	1	2	<input checked="" type="radio"/>	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	*

なお、同一の問題文中に $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などが2度以上現れる場合、2度目以降は、 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ のように細字で表記する。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。

例えば、 $\frac{\boxed{4} \boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えよ。

また、それ以上約分できない形で答えること。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけない。

- 4 根号あるいは対数を含む形で解答する場合は、根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 $\boxed{7} \sqrt{\boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない。また、 $\boxed{9} \log_2 \boxed{10}$ に $6 \log_2 3$ と答えるところを、 $3 \log_2 9$ のように答えてはいけない。

- 5 分数形で根号を含む形で解答する場合、 $\frac{\boxed{11} + \boxed{12} \sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない。