

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり、冊子は計算用の余白もあわせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題4、問題5の解答については、論述なしで結果だけ記しても、正解とは見なさない。
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはならない。
6. 解答用紙は必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

[計算用余白]

1 解答を解答用紙(その1)の **1** 欄に記入せよ。

コイン3枚およびサイコロ1個を用意し、AとBの二人が次のようなゲームを行う。

Aはまずサイコロを投げ、出た目が1あるいは2の場合は1枚のコインを、出た目が3あるいは4の場合は2枚のコインを、出た目が5あるいは6の場合は3枚のコインを同時に投げる。表の出たコインの枚数をAの得点とする。

Bはまずコインを1枚投げる。表が出た場合はサイコロを投げ、サイコロの出た目が1あるいは2の場合はBの得点は1、出た目が3あるいは4の場合は得点は2、出た目が5あるいは6の場合は得点は3とする。また、裏が出た場合は、Bの得点は0とする。

このように決めたA、Bの得点を比較し、得点の大きい方を勝ちとする。ただし、得点と同じ場合は引き分けとする。

(1) Aの得点の期待値は **ア** であり、Bの得点の期待値は **イ** である。

(2) Aが勝つ確率は **ウ** である。

(3) 勝った方は(二人の得点差)×1000円の賞金を受け取る。Aの受け取る金額の期待値は **エ** 円である。

ただし、受け取る金額の期待値については小数第1位を四捨五入して答えること。

[計算用余白]

2 解答を解答用紙(その1)の **2** 欄に記入せよ.

3次式 $f(x)$ は, 次の条件 (i), (ii), (iii) を満たす.

- (i) $f(x)$ を $x - 1$ で割った余りは3である.
- (ii) 関数 $y = f(x)$ の $x = -1$ における微分係数は -10 である.
- (iii) 関数 $y = f(x)$ は $x = -2$ のとき極大値 21 をとる.

このとき, $f(x) =$ **オ** であり, 関数 $y = f(x)$ は $x =$ **カ** のとき極小値 **キ** をとる.

[計算用余白]

3 解答を解答用紙(その1)の **3** 欄に記入せよ.

xy 平面上の直線 $l: y = 2x + 1$ となす角が 45° で点 $(1, 0)$ を通る直線のうち、傾きが正のものを l_1 、傾きが負のものを l_2 とする. 直線 l_1 の方程式は $y = \boxed{\text{ク}}$ で、 l と l_1 の交点の座標は $\boxed{\text{ケ}}$ である. 直線 l_2 の方程式は $y = \boxed{\text{コ}}$ で、 l と l_2 の交点の座標は $\boxed{\text{サ}}$ である.

[計算用余白]

4 解答を解答用紙(その2)の **4** 欄に記入せよ.

関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \sin^3 x + \cos^3 x + \frac{11}{2} (\sin x + \cos x) \sin 2x$$

で定める. また, $t = \sin x + \cos x$ とおく.

- (1) $f(x)$ を t の式で表せ.
- (2) x が $0 \leq x \leq \pi$ の範囲を動くとき, t の値の範囲を求めよ.
- (3) x が $0 \leq x \leq \pi$ の範囲を動くとき, 関数 $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ.

[計算用余白]

5 解答を解答用紙(その3)の 5 欄に記入せよ.

関数

$$y = |x - 1| + |2x - 3|$$

のグラフを C とする.

- (1) C の概形を xy 平面に図示せよ.
- (2) t を実数とする. C と直線 $y = t$ が異なる 2 つの共有点をもつような, t の値の範囲を求めよ.
- (3) t が (2) の範囲にあり, かつ C と直線 $y = t$ によって囲まれた図形の面積が 20 となる t の値を求めよ.

[計算用余白]