

# 数 学

## 注 意

1. 問題は全部で5題あり、冊子は計算用の余白もあわせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。（ただし、マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている。）
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題3、4、5の解答については、論述なしで結果だけ記しても、正解とは見なさない。
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはならない。
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

マーク・シート記入上の注意については、この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし、冊子を開いてはならない。

[計算用余白]

1 解答を解答用紙(その1)に記入せよ。

赤球3個と白球2個が入った袋Aと、赤球4個と白球2個が入った袋Bがある。このとき、次の操作を行う。

【操作】両方の袋から球を2個ずつ同時に取り出し、袋Bから取り出した2個の球を袋Aに入れる。

(1) 袋Aから取り出した球が2個とも赤球である確率は  $\frac{\boxed{1}}{\boxed{2}\boxed{3}}$  である。

(2) 操作を行った後に、袋Aにある白球がちょうど1個である確率は

$\frac{\boxed{4}\boxed{5}}{\boxed{6}\boxed{7}}$  である。

(3) 操作を行った後に、袋Aにある赤球がちょうど3個である確率は

$\frac{\boxed{8}\boxed{9}}{\boxed{10}\boxed{11}\boxed{12}}$  である。

(4) 操作を行った後に袋Aにある赤球を数えたところ、ちょうど3個であった。このとき、最初に袋Aから取り出した球が2個とも赤球であった条件付

き確率は  $\frac{\boxed{13}\boxed{14}}{\boxed{15}\boxed{16}}$  である。

[計算用余白]

2 解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

$\triangle OAB$ において、 $OA = 3$ 、 $OB = 2$ 、 $\angle AOB = \frac{\pi}{3}$ とする。さらに、 $\triangle OAB$ の重心を  $G$ 、 $OA$ を  $1:3$ に内分する点を  $P$ 、直線  $PG$ と直線  $AB$ の交点を  $Q$ とする。

$$(1) \cos \angle OAB = \frac{\boxed{17} \sqrt{\boxed{18}}}{\boxed{19}}$$

$$(2) \vec{OQ} = \frac{\boxed{20}}{\boxed{21}} \vec{OA} + \frac{\boxed{22}}{\boxed{23}} \vec{OB}$$

$$(3) |\vec{PQ}| = \frac{\boxed{24} \sqrt{\boxed{25} \boxed{26}}}{\boxed{27} \boxed{28}}$$

$$(4) \triangle OPQ \text{の面積は } \frac{\boxed{29} \sqrt{\boxed{30}}}{\boxed{31} \boxed{32}} \text{である.}$$

[計算用余白]

**3** 解答を解答用紙(その2)の **3** 欄に記入せよ.

以下の問に答えよ.

(1) 関数  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$  ( $-1 < x < 1$ ) の導関数を求めよ.

(2)  $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$  において, 不等式  $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \geq 1 + \frac{x^2}{2}$  が成り立つことを示せ.

(3) 定積分  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$  の値を求めよ.

(4) 円周率  $\pi$  についての不等式  $\pi > 3.125$  を示せ.

[計算用余白]

4 解答を解答用紙(その3)の 4 欄に記入せよ.

座標空間の点

$$A(0, 0, 1), B(1, 0, 1), C(1, 1, 1), D(0, 1, 1), \\ O(0, 0, 0), P(1, 0, 0), Q(1, 1, 0), R(0, 1, 0)$$

を頂点とする1辺の長さが1の立方体 $ABCD-OPQR$ がある. 辺 $BP$ を $3:1$ に内分する点を $S$ とし, 平面 $ASQ$ と直線 $DR$ との交点を $T$ とする.

- (1)  $SQ$ を求めよ.
- (2)  $\angle SAQ$ を $\theta$ とすると,  $\cos \theta$ を求めよ.
- (3)  $T$ の座標を求めよ. また, 四角形 $ASQT$ の面積を求めよ.
- (4) 四角形 $ASQT$ を底面とし, 頂点が $B$ の四角錐の体積を求めよ.

[計算用余白]

5 解答を解答用紙(その4)の 5 欄に記入せよ.

関数  $f(x) = e^{-x} \sin x$  について, 以下の問に答えよ.

- (1)  $f'(x)$  および  $f''(x)$  を求めよ.
- (2)  $0 \leq x \leq \pi$  において, 関数  $y = f(x)$  の増減, 極値, グラフの凹凸および変曲点を調べて, そのグラフの概形を描け.
- (3)  $y = f(x)$  のグラフの  $0 \leq x \leq \pi$  の部分を  $C$  とし,  $C$  の変曲点と原点を通る直線を  $\ell$  とする. このとき,  $C$  と  $\ell$  で囲まれる部分の面積  $S$  を求めよ.

マーク・シート記入上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること。
- 2 問題の文中の  $\boxed{1}$  ,  $\boxed{2}$   $\boxed{3}$  などには、特に指示がないかぎり、符号(一)、数字(0~9)又は文字(a~d)が入る。1, 2, 3, ... の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙の1, 2, 3, ... で示された解答欄にマークして答えよ。

例  $\boxed{1}$   $\boxed{2}$   $\boxed{3}$  に  $-83$  と答えたいとき

1	<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	*
2	<input type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	<input checked="" type="radio"/>	9	a	b	c	d	*
3	<input type="radio"/>	0	1	2	<input checked="" type="radio"/>	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	*

なお、同一の問題文中に  $\boxed{1}$  ,  $\boxed{2}$   $\boxed{3}$  などが2度以上現れる場合、2度目以降は、 $\boxed{1}$  ,  $\boxed{2}$   $\boxed{3}$  のように細字で表記する。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。

例えば、 $\frac{\boxed{4} \boxed{5}}{\boxed{6}}$  に  $-\frac{4}{5}$  と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$  として答えよ。

また、それ以上約分できない形で答えること。

例えば、 $\frac{3}{4}$  と答えるところを、 $\frac{6}{8}$  のように答えてはいけない。

- 4 根号あるいは対数を含む形で解答する場合は、根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 $\boxed{7} \sqrt{\boxed{8}}$  に  $4\sqrt{2}$  と答えるところを、 $2\sqrt{8}$  のように答えてはいけない。また、 $\boxed{9} \log_2 \boxed{10}$  に  $6 \log_2 3$  と答えるところを、 $3 \log_2 9$  のように答えてはいけない。

- 5 分数形で根号を含む形で解答する場合、 $\frac{\boxed{11} + \boxed{12} \sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$  に  $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$  や  $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$  のように答えてはいけない。