

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり、冊子は計算用の余白もあわせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。（ただし、マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている。）
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題3、4、5の解答については、論述なしで結果だけ記しても、正解とは見なさない。
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはならない。
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

マーク・シート記入上の注意については、この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし、冊子を開いてはならない。

[計算用余白]

1 解答を解答用紙(その1)に記入せよ。

A, Bの2つのチームが試合を行い、先に2勝したチームを優勝とする。1試合目でAが勝つ確率とAが勝った試合の次の試合でAが勝つ確率をともに p ($0 < p < 1$)とし、Bが勝った試合の次の試合でAが勝つ確率を $\frac{1}{4}$ とする。ただし、引き分けは起こらないとする。

(1) $p = \frac{1}{3}$ のとき、2試合目で優勝が決まる確率は $\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 3 & 4 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 4 \\ \hline 3 & 4 \\ \hline \end{array}}$ である。

(2) p が $0 < p < 1$ の範囲を動くとき、2試合目で優勝が決まる確率の最小値

は $\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 6 \\ \hline 7 & 8 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 7 & 8 \\ \hline 7 & 8 \\ \hline \end{array}}$ であり、そのときの p の値は $\frac{\begin{array}{|c|} \hline 9 \\ \hline 10 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline 9 \\ \hline 10 \\ \hline \end{array}}$ である。

以下、 $p = \frac{\begin{array}{|c|} \hline 9 \\ \hline 10 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline 9 \\ \hline 10 \\ \hline \end{array}}$ とする。

(3) 2試合目で優勝が決まるとき、Aが優勝する条件付き確率は $\frac{\begin{array}{|c|} \hline 11 \\ \hline 12 & 13 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 12 & 13 \\ \hline 12 & 13 \\ \hline \end{array}}$ で

ある。

(4) Aが2勝1敗で優勝する確率は $\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline 14 & 15 \\ \hline 16 & 17 & 18 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|c|} \hline 16 & 17 & 18 \\ \hline 16 & 17 & 18 \\ \hline \end{array}}$ である。

[計算用余白]

2 解答を解答用紙(その1)に記入せよ。

k を実数の定数とする。実数 x, y は次の等式

$$(3k + 4i)x + (1 + i)y + (k + 3) + (-5k + 11)i = 0 \quad \cdots \cdots (*)$$

を満たすとする。ただし i は虚数単位である。

(1) $k = -1$ のとき、

$$x = \boxed{19} \boxed{20}, \quad y = \boxed{21} \boxed{22}$$

である。

(2) $k = \frac{\boxed{23}}{\boxed{24}}$ のとき、等式(*)を満たす実数 x, y は無数にあり、それらはすべて

$$\boxed{25}x + y + \frac{\boxed{26} \boxed{27}}{\boxed{28}} = 0$$

を満たす。

(3) $k \neq \frac{\boxed{23}}{\boxed{24}}$ のとき、 $x = \boxed{29} \boxed{30}$ である。また、 $x = y = \boxed{29} \boxed{30}$ となる

のは、

$$k = \frac{\boxed{31}}{\boxed{32}}$$

のときである。

[計算用余白]

3 解答を解答用紙(その2)の **3** 欄に記入せよ.

空間の4点 O, A, B, C に対して

$$OA = AB = 1, \quad OC = 3, \quad BC = 2, \quad OA \perp AB, \quad AB \perp BC$$

が成り立つとする. $\vec{a} = \vec{OA}, \vec{b} = \vec{OB}, \vec{c} = \vec{OC}$ とおくと、以下の間に答えよ.

(1) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ.

(2) $\vec{b} \cdot \vec{c}$ を求めよ.

(3) $\vec{a} \cdot \vec{c}$ を求めよ.

(4) 点 C から平面 OAB に下ろした垂線と平面 OAB との交点を H とする.

$\vec{OH} = s\vec{a} + t\vec{b}$ とおくと、 s, t の値を求めよ.

(5) 四面体 $OABC$ の体積を求めよ.

[計算用余白]

4 解答を解答用紙(その3)の 4 欄に記入せよ.

xy 平面上に曲線

$$C : y = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

がある. x 軸上の点 $A_1(2, 0)$ から C へ引いた接線の接点を B_1 とし, B_1 から x 軸へ下ろした垂線と x 軸の交点を A_2 とする. 以下, 同様の手順を繰り返して得られる点を B_2, A_3, B_3, \dots とする. つまり, 自然数 n に対して, A_n から C へ引いた接線の接点を B_n とし, B_n から x 軸へ下ろした垂線と x 軸との交点を A_{n+1} とする.

A_n の x 座標を a_n とし, $\triangle A_n B_n A_{n+1}$ の面積を S_n とするとき, 以下の間に答えよ.

- (1) A_2 の座標を求めよ.
- (2) a_{n+1} を a_n の式で表せ.
- (3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.
- (4) S_n を n を用いて表せ.
- (5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n S_k$ を求めよ.

[計算用余白]

5 解答を解答用紙(その4)の 5 欄に記入せよ.

関数

$$f(x) = \sin x + \sin x \cos x$$

について、以下の問に答えよ.

- (1) $0 \leq x \leq \pi$ において、 $y = f(x)$ の増減と極値を調べ、グラフの概形を描け.
ただし、グラフの凹凸は調べなくてよい.
- (2) 曲線 $y = f(x)$ ($0 \leq x \leq \pi$)と x 軸で囲まれた図形を D とする. D の面積を求めよ.
- (3) (2)の図形 D を x 軸のまわりに1回転してできる回転体の体積を求めよ.

マーク・シート記入上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること。
- 2 問題の文中の $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などには、特に指示がないかぎり、符号(一)、数字(0~9)又は文字(a~d)が入る。1, 2, 3, ... の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙の1, 2, 3, ... で示された解答欄にマークして答えよ。

例 $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ に -83 と答えたいとき

1	<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	*
2	<input type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	<input checked="" type="radio"/>	9	a	b	c	d	*
3	<input type="radio"/>	0	1	2	<input checked="" type="radio"/>	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	*

なお、同一の問題文中に $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などが2度以上現れる場合、2度目以降は、 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ のように細字で表記する。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。

例えば、 $\frac{\boxed{4} \boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $-\frac{4}{5}$ として答えよ。

また、それ以上約分できない形で答えること。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけない。

- 4 根号あるいは対数を含む形で解答する場合は、根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 $\boxed{7} \sqrt{\boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない。また、 $\boxed{9} \log_2 \boxed{10}$ に $6 \log_2 3$ と答えるところを、 $3 \log_2 9$ のように答えてはいけない。

- 5 分数形で根号を含む形で解答する場合、 $\frac{\boxed{11} + \boxed{12} \sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない。