

数 学

注 意

1. 問題は全部で10ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。(ただし、マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている。)
3. 解答はすべて解答用紙に記入すること。
4. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけない。
5. 解答用紙(その1はマーク・シート、その2は記述式)は両方とも必ず提出のこと。この問題冊子は提出する必要はない。

マーク・シート記入上の注意については、この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし、冊子は開かないこと。

I 以下の問題については 解答用紙(その1)を使用すること。

(1) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、方程式 $\cos 3\theta - 4 \cos 2\theta + 7 \cos \theta - a = 0$ の解の個数について、以下の問いに答えよ。ただし、 a は定数とする。

1. 解の個数が1個であるのは、 $a = \frac{1}{2} \frac{3}{3}$ のときである。
2. 解の個数が3個であるのは、 $a = \frac{4}{4}$ のときである。
3. 解の個数が4個であるのは、 $\frac{5}{5} < a < \frac{6}{9} \frac{7}{10} \frac{8}{10}$ のときである。

(2) 1 から n ($n \geq 2$) までの正の整数から相異なる2つの数を選び、その2つの数の積の総和を S_n 、すなわち、

$$S_n = \{1 \times 2 + 1 \times 3 + \cdots + 1 \times n\} + \{2 \times 3 + 2 \times 4 + \cdots + 2 \times n\} + \cdots + \{(n-1) \times n\}$$

とする。このとき、

$$A_n = 1 + 2 + \cdots + n, \quad B_n = 1^2 + 2^2 + \cdots + n^2$$

とし、以下の問いに答えよ。

1. $n = 5$ のとき、 $S_5 = \frac{11}{12}$ である。
2. S_n を A_n と B_n を用いて表すと、 $S_n = \frac{13}{14} \left(A_n \frac{15}{15} - \frac{16}{16} B_n \right)$ である。
3. $T_n = 2S_n + B_n$ とすると、 $T_n = \frac{17}{18} n^2 (n + \frac{19}{19})^2$ である。
4. $T_n \geq 2026$ を満たす n の最小値は、 $\frac{20}{21}$ である。

(計算余白)

II 以下の問題については 解答用紙(その1)を使用すること.

(1) 2 個の数字 1, 2 を無作為に重複を許して並べて 10 桁の整数を作る. このとき, 以下の問いに答えよ.

1. 隣り合う 2 個の数字がすべて異なる整数の数は $\boxed{22}$ 個である.
2. 隣り合う 2 個の数字が 1 回だけ同じである整数の数は $\boxed{23|24}$ 個であり, ちょうど 3 回同じである整数の数は $\boxed{25|26|27}$ 個である.
3. 最初と最後の数字が隣り合っているとして考えるとき, 隣り合う 2 個の数字がすべて異なる確率は $\frac{\boxed{28}}{\boxed{29|30|31}}$ である.

(2) 平面上に 3 点 A, B, C があり, $AB = 1$, $BC = |x - 4|$, $CA = \sqrt{x^2 - 1}$ である.

1. 3 点 A, B, C を結んだとき, 三角形となる x の範囲は, $\frac{\boxed{32}}{\boxed{33}} < x < \frac{\boxed{34|35}}{\boxed{36}}$ である.
2. $\triangle ABC$ において, $\angle A$ が他の 2 角より大きい, または, 鋭角三角形になるのは, $\frac{\boxed{37}}{\boxed{38}} < x < \frac{\boxed{39}}{\boxed{40}}$ のときである.

(計算余白)

III 以下の問題については 解答用紙(その1)を使用すること.

(1) 1個のさいころを 360回投げるとき, 1の目が出る回数を X とすると, $Z = \frac{X - \boxed{41} \boxed{42}}{\boxed{43} \sqrt{\boxed{44}}}$ は標準正規分布 $N(0, 1)$ に従うとみなしてよい.

(2) 母平均 70, 母標準偏差 20 の母集団から大きさ 100 の標本を抽出するとき, 標本平均 \bar{X} の分布は正規分布 $N(\boxed{45} \boxed{46}, \boxed{47})$ とみなしてよい. このことから, 標本平均 \bar{X} が 72 よりも大きくなる確率 $P(\bar{X} > 72)$ は, 標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う変量 Z に関する確率 $P(Z > \boxed{48})$ と等しい.

(3) ある大学の男子学生 400 人を無作為に選んで調べたところ, 身長が平均が 170cm であった. 母標準偏差を 6.5cm として, この大学の男子学生全体の平均身長 m に対する信頼度 95% の信頼区間を, 四捨五入して小数第 1 位まで求めると, $\boxed{49} \boxed{50} \boxed{51} . \boxed{52} \leq m \leq \boxed{53} \boxed{54} \boxed{55} . \boxed{56}$ となる.

(計算余白)

IV 以下の問題については 解答用紙 (その 1) を使用すること .

2025 年度の A 社の売上は 4 億円であり , 次年度以降の売上は , 前年度比で毎年 5% ずつ増加していくと予測されている . この予測のもとで , 以下の問いに答えよ . ただし , $\log_{10} 2 = 0.301$, $\log_{10} 3 = 0.477$, $\log_{10} 7 = 0.845$ とする .

- (1) 売上がはじめて 10 億円を超えるのは , 20 年度である .
- (2) 2025 年度の売上からはじめて , 将来の売上を毎年足し合わせていく累計の売上額を考える . 累計の売上額が 100 億円を超えるには , 2025 年度を含め少なくとも 年間要する .
- (3) B 社の 2025 年度の売上は , A 社の 2025 年度の売上の半分の金額である . B 社の次年度以降の売上は , 前年度比で毎年 12% ずつ増加していくと予測されている . A 社と B 社の各年度の売上を比較すると , B 社の売上が A 社の売上をはじめて超えるのは , 20 年度である .
- (4) C 社の 2025 年度の売上は 20 億円である . 2026 年度から 10 年間は毎年度 20 億円の売上を維持すると予測されているが , その後の売上は毎年度その前年度の売上と比較して 4% ずつ減少し続けると予測されている . 2025 年度以降 , A 社 , B 社 , C 社の各年度の売上を比較すると , C 社の売上が 2 番目となる期間は 年間である . ただし , C 社の売上が 2 番目になる期間が存在しない場合 , 0 をマークすること .

(計算余白)

Ⅴ 以下の問題については 解答用紙 (その 2) を使用すること .

$m > 0$ を定数とし、実数 x, y が $(x-1)^2 + (y-1)^2 \leq m$ を満たしながら動く . このとき、 $s = x + y, t = xy$ とし、以下の問いに答えよ . ただし、答えに至る過程を記述すること .

- (1) $m = 4$ のとき、点 (s, t) が動く領域を式で記述し、 (s, t) を座標とする座標平面上にその領域を図示せよ .
- (2) $m = 4$ のとき、 $t - 2s$ の最小値を求めよ . ただし、最小値をとるとき s と t の値も記述すること .
- (3) $t - 2s$ の最小値を m を用いて表せ . ただし、最小値をとるとき s と t の値も記述すること .

